

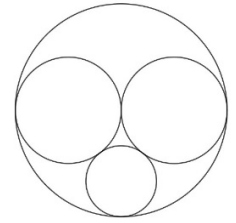
15 - 21  
MARS 2021

Mathé-  
matiques  
et  
société

## Énigme du mardi 16 mars 2021

Source : 150 énigmes géométriques, Marie Agrell, éditions Ellipses

Ces martiens ont de drôles de têtes toute ronde de 15 cm de rayon. Je vois deux yeux ronds, tangents entre eux, et tangents au tour de la figure, de 7,5 cm de rayon. Quant à la bouche, ronde aussi, elle est tangente aux yeux et au menton ! Mais quel est son rayon ?



### Solution

En plaçant des points comme sur la figure, et en nommant  $r$  le rayon de la bouche, on peut affirmer que  $EC = 7,5 + r = ED$ , ce qui fait de  $ECD$  un triangle isocèle en  $E$ . Or les cercles des yeux sont tangents entre eux en  $A$  donc les points  $C$ ,  $A$  et  $D$  sont alignés avec  $AC=AD$ , donc  $A$  est le milieu de  $[CD]$ . Ainsi la droite  $(AE)$  est une médiane du triangle  $ECD$ , or dans un triangle isocèle en  $E$  la médiane issue du sommet  $E$  est aussi une hauteur. On a donc la droite  $(AE)$  qui est perpendiculaire à la droite  $(CD)$ . Dans le triangle  $CAE$ , rectangle en  $A$ , on applique le théorème de Pythagore :

$$(7,5 + r)^2 = 7,5^2 + (15 - r)^2$$

d'où

$$7,5^2 + r^2 + 15r = 7,5^2 + 15^2 + r^2 - 30r$$

$$\text{Donc on a } 45r = 15^2 \text{ soit } r = \frac{225}{45} = 5.$$

**La bouche a un rayon de 5 cm.**

